Proposition d'amelioration du tri en masse dans le cyclotron CIME

Pierre Bertrand

Proposition d'amélioration du tri en masse
dans le cyclotron CIME

Patrick BERTRAND
bertrand@ganil.fr

GANIL R 03 04

0. Introduction

Nous savons que le pouvoir de séparation en masse des différentes espèces d'ions est un atout important des cyclotrons, en particulier dans le cas des ions radioactifs.

Dans le cyclotron CIME, si deux espèces d'ions présentent un rapport q/m de quelques 10^{-3} et que l'isochronisme est réglé pour l'une des espèces, l'espèce non désirée sera accélérée pendant un certain nombre de tours tout en étant déphasée progressivement de plus ou moins 90 degrés , puis sera décélérée pour se perdre dans le centre du cyclotron.
Cependant, comme nous l'avons observé en septembre 2001, un espèce sensée atteindre son déphasage maximum vers 1.3 mètre peut encore se trouver pour une faible part présente à l'éjection. Ceci est dû au fait d'une part que le paquet d'ions est injecté avec une position et un angle indésirable, ce qui provoque un « balourd » plus ou moins accentué, et que d'autre part que le paquet présente des queues de phase.

Par ailleurs, dans certains cas, certaines espèces non désirables présentent un défaut de masse tel que le déphasage à l'éjection est inférieur à 90 degrés.

Nous présentons ici une méthode, que l'on peut appeler « tri vertical », qui permettrait de gagner un facteur 10 voire davantage en pouvoir de séparation.

1. Principe du « tri vertical »

Nous savons qu'une particule, tout en étant accélérée dans le cyclotron, oscille de part et d'autre du plan médian selon l'équation simplifiée :

$$(1) \qquad z''+\nu^2 z \qquad = \qquad 0$$

la dérivée seconde étant effectuée selon l'azimut θ. Dans le cas de CIME, ν est de l'ordre de 0.25, de sorte qu'une oscillation verticale s'effectue en 4 tours environ.

Supposons que l'on dispose dans le cyclotron de 2 électrodes horizontales, situées de part et d'autre du plan médian , de longueur 40 cm, disposée entre les rayons 1 et 1.4 mètres, et d'un extension azimutale de l'ordre de 7 degrés. L'une des électrodes est à la masse tandis que l'autre est à un potentiel variable. Le différence de potentiel crée un composante de champ électrique verticale, qui fait subir aux particules un défaut d'angle. Cette perturbation se produit chaque fois que la particule passe entre les électrodes, c'est à dire plusieurs dizaines de tours entre les rayons 1 mètre et 1.40 mètre. C'est cette propriété de pouvoir appliquer *plusieurs fois* la perturbation qui est intéressante, et qui n'existe pas avant ou après le cyclotron.

Bien entendu, il faut s'arranger pour que le champ de déviation soit nul quand les particules intéressantes passent entre les électrodes et qu'il soit non nul pour les particules déphasées.

La première idée consiste à ***faire varier le potentiel*** selon une fréquence double de celle de la fréquence HF, ceci en raison du fait que nous nous intéressons à ce qui se passe entre + et – 90° et non pas entre + et – 180° :

$$(2) \qquad V(t) = V_{\max}(t)\sin(2.\omega_{hf}t+\phi)$$

Mais ceci ne suffit pas : si l'on opère ainsi, le potentiel maximum nécessaire est trop important (plusieurs dizaines de Kilovolts).

La deuxième idée consiste à ***faire varier le potentiel maximum pour provoquer une résonance*** avec la période d'oscillation verticale naturelle des particules :

$$(3) \qquad V(t) = V_{\max}\sin(\omega_{rés}t)\sin(2.\omega_{hf}t+\phi)$$

$$(4) \qquad \omega_{rés} = \frac{\nu}{h}\omega_{hf}$$

En harmonique 3, cette fréquence est environ 12 fois moindre que la fréquence HF. Cette fréquence doit être réglable finement afin de se caler au mieux avec le ν , qui dépend légèrement du niveau de champ et du rayon.

Dans une telle situation , un potentiel maximum de 1000 volts est suffisant.

2. Etude théorique simplifiée

Nous justifions ici ce qui précède en entrant un peu plus dans le détail. Reprenons l'équation (1) en y adjoignant un second membre correspondant à une composante verticale de champ électrique :

$$(5) \qquad z''+\nu^2 z = \frac{q}{m\omega^2}E_z$$

Nous considérons que le champ E_z s'étend entre les rayons r_1 et r_2 sous forme d'un secteur d'angle $\Delta\theta$ de l'ordre de 10° , c'est à dire très petit par rapport à un tour complet. Ainsi le second membre peut s'écrire, en introduisant le paramètre α et la fonction Dirac δ :

$$(6) \qquad z''+\nu^2 z = \alpha\ \delta$$

$$(7) \qquad \alpha = \frac{qE_z}{m\omega^2}\Delta\theta$$

Considérons une particule quelconque de position z_0 et d'angle z'_0 . Avant d'effectuer un tour complet et d'arriver au Dirac, la trajectoire de cette particule s'établit selon :

$$(8) \qquad z(\theta) = \cos(\nu\theta)z_0 + \sin(\nu\theta)\frac{z'_0}{\nu}$$

$$(9) \qquad z'(\theta) = -\nu\sin(\nu\theta)z_0 + \cos(\nu\theta)z'_0$$

Arrivée à $\theta = 2\pi$, la particule subit l'effet du Dirac de sorte que l'on obtient au bout d'un tour complet :

$$(10) \qquad z(2\pi) = \cos(2\pi\nu)\, z_0 + \sin(2\pi\nu)\frac{z_0'}{\nu}$$

$$(11) \qquad z'(2\pi) = -\nu \sin(2\pi\nu)\, z_0 + \cos(2\pi\nu)\, z_0' + \alpha$$

Ce qui peut s'écrire en introduisant la matrice de transfert T et le vecteur colonne B_1 :

$$(12) \qquad \begin{cases} U_0 = (z_0\,,\, z_0')^t \\ U_1 = (z(2\pi)\,,\, z'(2\pi))^t \\ T = \begin{bmatrix} \cos(2\pi\nu) & \dfrac{\sin(2\pi\nu)}{\nu} \\ -\nu \sin(2\pi\nu) & \cos(2\pi\nu) \end{bmatrix} \\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \\ U_1 = T\,U_0 + B_1 \end{cases}$$

Afin de rendre les choses limpides, prenons tout d'abord le cas particulier $\nu = 4$, qui est d'ailleurs très proche du cas de CIME, et regardons l'évolution de la suite (U_n). La matrice T s'écrit :

$$(13) \qquad T = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -\dfrac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$$

et l'on remarque que :

$$(14) \qquad T^2 = -I$$

Faisons subir à la particule plusieurs tours successifs, avec un Dirac de coefficient α_i différent à chaque tour. L'on obtient alors, au bout de 4 tours :

$$(15) \qquad \begin{cases} U_1 = TU_0 + B_1 \\ U_2 = TU_1 + B_2 = T(TU_0 + B_1) + B_2 = -U_0 + TB_1 + B_2 \\ U_3 = TU_2 + B_3 = T(-U_0 + TB_1 + B_2) + B_2) + B_3 = -TU_0 - B_1 + TB_2 + B_3 \\ U_4 = TU_3 + B_4 = T(-TU_0 - B_1 + TB_2 + B_3) + B_4 = U_0 - TB_1 - B_2 + TB_3 + B_4 \end{cases}$$

choisissons à présent les B_i, c'est à dire les α_i, de telle sorte que :

$$(16)\qquad \alpha_i = \alpha \sin(\nu\theta_i + \varphi) \qquad ; \qquad \theta_i = 2\pi\, i$$

Nous avons :

$$(17)\qquad \begin{cases} \alpha_1 = \alpha \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi) & = \alpha \cos(\varphi) \\ \alpha_2 = \alpha \sin(\pi + \varphi) & = -\alpha \sin(\varphi) \\ \alpha_3 = \alpha \sin(\frac{3\pi}{2} + \varphi) & = -\alpha \cos(\varphi) \\ \alpha_4 = \alpha \sin(2\pi + \varphi) & = \alpha \sin(\varphi) \end{cases}$$

de sorte que après 4n tours :

$$(18)\qquad U_{4n} = \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix} - 2\alpha\, n \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ -\sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

Ainsi ***l'amplitude augmente linéairement avec le nombre de tours effectués***, et peut donc être interceptée sur les plaques de garde haute et basse du dispositif de tri vertical. (On remarque que dans le cas particulier ou $\phi = 90°$, c'est l'angle qui tend vers l'infini, ce qui correspond au fait que l'amplitude croit par exemple pour le tours numérotés 4n+1).

Dans le cas général où ν n'est pas égal à 4, la démonstration est assez technique, mais aboutit à la même conclusion. Ceci peut être d'ailleurs aisément vérifié numériquement.

En résumé, pour induire un tri vertical performant, il faut créer un champ entre les électrodes de la forme :

$$(19)\qquad V(t) = V_{\max} \sin(\frac{\nu}{h}\omega_{hf}\, t) \sin(2.\omega_{hf}\, t + \phi)$$

Il reste à estimer la valeur du potentiel inter-électrodes. Introduisant la distance inter-électrode, nous obtenons grâce à (7) :

$$(20)\qquad \frac{e}{2} = 8n\alpha = 8n \frac{qE_z}{m\omega^2} \Delta\theta = 8n \frac{V_{\max}}{e} \frac{h\Delta\theta}{2\pi\ f_{hf} B_z}$$

$$(21)\qquad V_{\max} = \frac{2\pi}{16} \frac{e^2 f_{hf}\, B_z}{h\Delta\theta} \frac{1}{n}$$

Choisissons une distance inter-électrode raisonnable de 2 cm, plaçons nous en harmonique 3 à la fréquence 14 Mhz et au niveau de champ 1.5 Tesla ; nous obtenons pour 40 tours :

$$(22)\qquad V_{\max} = \frac{2\pi}{16} \frac{0.02^2\ 14.10^6\ 1.5}{21\pi/180} \frac{1}{40} = 225\ Volts$$

3. Conclusion

L'étude théorique qui précède montre que le principe est correct. Les études numériques effectuées avec le programme LIONS et l'utilisation des cartes magnétiques de CIME confirment qu'un tel dispositif fonctionnerait : le point essentiel réside dans le fait que ***le coefficient ν du cyclotron CIME est suffisamment constant entre les rayons 1 m et 1m 40 pour que l'effet de résonance se produise***. Par ailleurs, l'insertion mécanique d'un tel dispositif dans CIME est à priori possible et l'électronique HF associée ne pose pas de problèmes insurmontables.